

PROBLEM 7: Putten beim Golf

Tiger Woods steht vor dem entscheidenden Put beim Golf-Masters, auf einem Green, das als Paraboloid der Form

$$x_3 = S(x_1, x_2) = \frac{(x_1 - 10)^2}{125} + \frac{(x_2 - 5)^2}{125} - 1 \quad (1)$$

modelliert werden kann (alle Distanzen in ft). Der Ball ist in Position $p_B = (0, 0, 0)$, die Mitte des Holes in $p_H = (20, 0, 0)$. Die Beschleunigung des Golfballs ist gegeben durch

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -ge_3 + (gn_3)n - \mu_k gn_2 \frac{v}{\|v\|}, \quad v = \frac{dx}{dt},$$

wobei $n = (n_1, n_2, n_3)$ die Einheitsnormale an die Oberfläche ist, $e_3 = (0, 0, 1)$ der kinetische Reibungskoeffizient $\mu_k = 0.2$, $g = 32.174\text{ft/s}^2$. Im Hole mit Radius $R_H = 0.15\text{ft}$ ist die Dynamik durch

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -ge_3$$

gegeben.

Um den Ball einzulochen muss man am Endzeitpunkt eine Position innerhalb des Holes und zusätzlich minimale horizontale Geschwindigkeit erreichen. In welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit soll Tiger Woods den Put ausführen ?